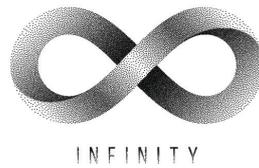


# Un exemple de modélisation par un équation

Sébastien TAURAND - Cours particuliers à domicile

16 janvier 2023



*N'apprenez plus sans comprendre*

# 1 Énoncé

La somme des âges de Marie, de sa mère et de sa grand-mère est 90 ans. La grand-mère a le double de l'âge de la mère et l'âge de Marie est le tiers de celui de sa mère. Quel est l'âge de chacune ?

## 2 Correction

Nous allons corriger cet exercice via les étapes proposées dans la carte mentale.

### 2.1 Première étape : Introduire l'inconnue

On cherche l'âge de chacune des trois personnes. Posons par exemple  $x$  l'âge de la mère. L'objectif de l'exercice est de trouver  $x$ .

### 2.2 Deuxième étape : Exprimer toutes les grandeurs de l'énoncé via l'inconnue $x$

Dans cet exercice, on cherche également l'âge de Marie et l'âge de la grand-mère. Un raisonnement compréhensible mais qui est une **ERREUR** serait de poser  $y$  l'âge de Marie et  $z$  l'âge de la grand-mère. En effet introduire trop d'inconnues ne fait que compliquer le problème !

Essayons plutôt à l'aide de l'énoncé d'exprimer l'âge de Marie et l'âge de la grand-mère par rapport à l'inconnue  $x$  :

- D'après l'énoncé "La grand-mère a le double de l'âge de la mère". Comme on a noté  $x$  l'âge de la mère on a alors : âge de la grand-mère =  $2x$ .
- D'après l'énoncé " l'âge de Marie est le tiers de celui de sa mère". Comme on a noté  $x$  l'âge de la mère on a alors : âge de Marie =  $\frac{1}{3}x$ .

On peut donner le tableau de correspondance suivant :

Grandeur	âge de la mère	âge de la grand-mère	âge de Marie
Expression par l'inconnue	$x$	$2x$	$\frac{1}{3}x$

### 2.3 Troisième étape : Trouver le lien entre les grandeurs pour écrire une équation

D'après l'énoncé "La somme des âges de Marie, de sa mère et de sa grand-mère est 90 ans."

Donc âge mère + âge grand-mère + âge Marie = 90.

En écrivant cette égalité en remplaçant avec les expressions du tableau, on trouve :  $x + 2x + \frac{1}{3}x = 90$ . Ceci est notre équation à résoudre !

## 2.4 Quatrième étape : On résout l'équation

L'équation  $x + 2x + \frac{1}{3}x$  est un **cas de base** dans la carte mentale.

$$\begin{aligned}x + 2x + \frac{1}{3}x &= 90 \\ \frac{3}{3}x + \frac{6}{3}x + \frac{1}{3}x &= 90 \\ \frac{10}{3}x &= 90 \\ x &= 90 \div \frac{10}{3} \\ x &= 90 \times \frac{3}{10} \\ x &= 27\end{aligned}$$

Ainsi notre équation admet une unique solution  $x = 27$ .

Pour mieux visualiser ce résultat, nous pouvons compléter le tableau de la deuxième étape :

Grandeur	âge de la mère	âge de la grand-mère	âge de Marie
Expression par l'inconnue	$x$	$2x$	$\frac{1}{3}x$
En remplaçant par $x = 27$	27	$2 \times 27 = 54$	$\frac{1}{3} \times 27 = 9$

**Conclusion générale :** Marie a 9ans, sa maman a 27 ans et sa grand-mère a 54 ans.