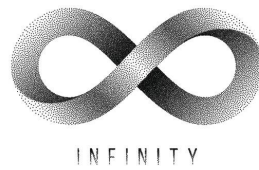


Un exemple de modélisation par un équation

Sébastien TAURAND - Cours particuliers à domicile

16 janvier 2023



N'apprenez plus sans comprendre

1 Énoncé

La somme des âges de Marie, de sa mère et de sa grand-mère est 90 ans. La grand-mère a le double de l'âge de la mère et l'âge de Marie est le tiers de celui de sa mère. Quel est l'âge de chacune ?

2 Correction

Nous allons corriger cet exercice via les étapes proposées dans la carte mentale.

2.1 Première étape : Introduire l'inconnue

On cherche l'âge de chacune des trois personnes. Posons par exemple x l'âge de la mère. L'objectif de l'exercice est de trouver x .

2.2 Deuxième étape : Exprimer toutes les grandeurs de l'énoncé via l'inconnue x

Dans cet exercice, on cherche également l'âge de Marie et l'âge de la grand-mère. Un raisonnement compréhensible mais qui est une **ERREUR** serait de poser y l'âge de Marie et z l'âge de la grand-mère. En effet introduire trop d'inconnues ne fait que compliquer le problème !

Essayons plutôt à l'aide de l'énoncé d'exprimer l'âge de Marie et l'âge de la grand-mère par rapport à l'inconnue x :

- D'après l'énoncé "La grand-mère a le double de l'âge de la mère". Comme on a noté x l'âge de la mère on a alors : âge de la grand-mère = $2x$.
- D'après l'énoncé " l'âge de Marie est le tiers de celui de sa mère". Comme on a noté x l'âge de la mère on a alors : âge de Marie = $\frac{1}{3}x$.

On peut donner le tableau de correspondance suivant :

| Grandeur | âge de la mère | âge de la grand-mère | âge de Marie |
|---------------------------|----------------|----------------------|----------------|
| Expression par l'inconnue | x | $2x$ | $\frac{1}{3}x$ |

2.3 Troisième étape : Trouver le lien entre les grandeurs pour écrire une équation

D'après l'énoncé "La somme des âges de Marie, de sa mère et de sa grand-mère est 90 ans."

Donc âge mère + âge grand-mère + âge Marie = 90.

En écrivant cette égalité en remplaçant avec les expressions du tableau, on trouve : $x + 2x + \frac{1}{3}x = 90$. Ceci est notre équation à résoudre !

2.4 Quatrième étape : On résout l'équation

L'équation $x + 2x + \frac{1}{3}x$ est un **cas de base** dans la carte mentale.

$$\begin{aligned}x + 2x + \frac{1}{3}x &= 90 \\ \frac{3}{3}x + \frac{6}{3}x + \frac{1}{3}x &= 90 \\ \frac{10}{3}x &= 90 \\ x &= 90 \div \frac{10}{3} \\ x &= 90 \times \frac{3}{10} \\ x &= 27\end{aligned}$$

Ainsi notre équation admet une unique solution $x = 27$.

Pour mieux visualiser ce résultat, nous pouvons compléter le tableau de la deuxième étape :

| Grandeur | âge de la mère | âge de la grand-mère | âge de Marie |
|----------------------------|----------------|----------------------|-----------------------------|
| Expression par l'inconnue | x | $2x$ | $\frac{1}{3}x$ |
| En remplaçant par $x = 27$ | 27 | $2 \times 27 = 54$ | $\frac{1}{3} \times 27 = 9$ |

Conclusion générale : Marie a 9ans, sa maman a 27 ans et sa grand-mère a 54 ans.