

# Fiche d'exercice : Le théorème de Pythagore et sa réciproque

Sébastien TAURAND

17 octobre 2022



INFINITY

*N'apprenez plus sans comprendre*

# 1 Prérequis

## Exercice 1 Bases de calculs

1. Que signifie la notation suivante  $4^2$  ?
2. Que signifie la notation suivante  $\sqrt{10}$  ? Autrement dit comment est défini le nombre  $\sqrt{10}$  ?
3. En utilisant la calculatrice, calculer les expressions précédentes.
4. **Pour aller plus loin :** Pouvez-vous citer des propriétés de calcul sur les puissances et les racines carrées ?  
**Pour aller encore plus loin :** Pouvez-vous démontrer ses propriétés ?

## Exercice 2 Base de vocabulaire

Dans le cadre du chapitre sur le Théorème de Pythagore, les notions suivantes interviennent (explicitement ou implicitement). Bien qu'il ne soit pas essentiel de connaître tous ses termes, il reste très intéressant pour progresser en mathématiques de pouvoir les définir. En êtes-vous capable ?

- Définition
- Triangle rectangle
- Hypoténuse
- Proposition
- Propriété
- Théorème
- Implication
- Réciproque

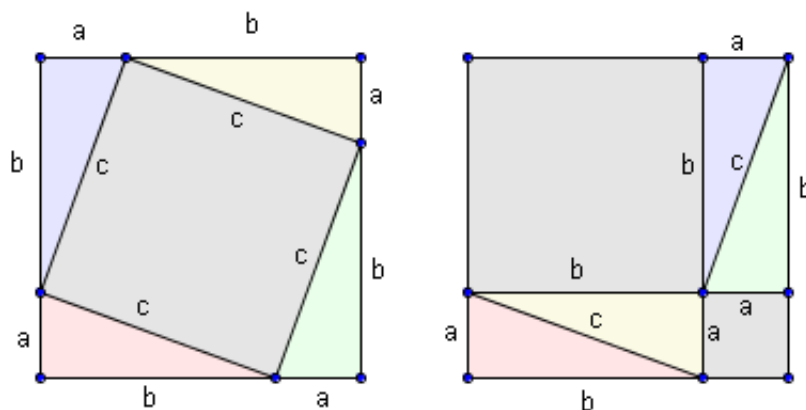
## Exercice 3 Des exemples d'implications et de réciproques

1. Donner trois exemples d'implications, dont au moins une introduisant du vocabulaire mathématique.
2. Donner les réciproques de ses implications.
3. Dans chaque cas dire si l'implication est vraie et si sa réciproque est vraie.

## 2 Théorème de Pythagore

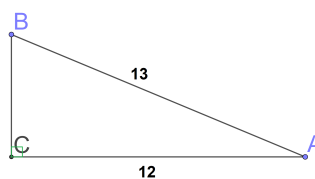
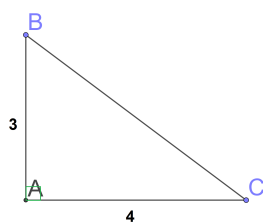
### Exercice 4 Le fameux théorème

1. Énoncer le théorème de Pythagore.
2. En plus de l'énoncé, proposez une figure géométrique représentant l'égalité de Pythagore.
3. Dans quel but utilise-t-on le théorème de Pythagore ?
4. **Pour aller plus loin** : A l'aide de la figure suivante, démontrer le théorème de Pythagore.



### Exercice 5 Différence entre énoncé et application d'un théorème

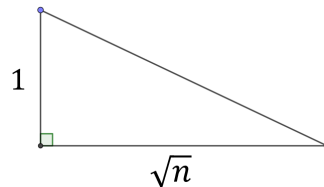
1. Expliquez avec vos mots la différence entre énoncer le théorème de Pythagore et appliquer le théorème de Pythagore.
2. Dans les deux exemples ci-dessous, calculer la longueur  $BC$ . On veillera particulièrement à la rédaction.



### Exercice 6 Escargot de Pythagore

- On considère le triangle rectangle suivant où  $n$  est un nombre entier positif non nul.  
Montrer que l'hypoténuse mesure  $\sqrt{n+1}$ .

Indication : Il faut connaître la définition de la racine carrée.



- En utilisant le résultat de la question précédente. Construisez une figure géométrique où l'on retrouvera la longueur  $\sqrt{5}$ .

### 3 Réciproque du théorème de Pythagore

#### Exercice 7 La réciproque ?

- Donner l'énoncé de la réciproque du théorème de Pythagore.
- Dans quel but utilise-t-on cette réciproque ?

#### Exercice 8 Application directe

On considère un triangle  $ALE$  tel que  $AL = 13\text{cm}$ ,  $LE = 11.2\text{cm}$  et  $AE = 6.6\text{cm}$ .

Le triangle  $ALE$  est-il rectangle ? Si oui en quel point ?

#### Exercice 9 Le rôle du professeur

On propose plusieurs copies d'élèves. Ces copies ne concernent pas le même exercice initial. Que pouvez-vous en dire ?

Si vous estimez qu'il y a des erreurs alors vous les expliquerez et les corrigerez.

Je sais que dans le triangle ABC, [BC] est le plus long côté donc :  
 $BC^2 = AB^2 + AC^2$   
 $25^2 = 24^2 + 7^2$   
 $625 = 576 + 49$   
 $625 = 625$   
Comme  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ , le triangle ABC est bien rectangle en A.

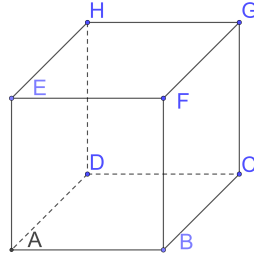
(a) Copie 1

«  $AB^2 = 3,64^2$  |  $AC^2 + BC^2 = 0,27^2 + 3,65^2$   
 $AB^2 = 13,2496$  |  $AC^2 + BC^2 = 0,0729 + 13,3225$   
|  $AC^2 + BC^2 = 13,3954$   
Donc  $AB^2 \neq AC^2 + BC^2$ . D'après le théorème de Pythagore, ABC n'est pas rectangle. »

(b) Copie 2

**Exercice 10 En 3D ?**

On considère un cube  $ABCDEFGH$  de côté 1cm.

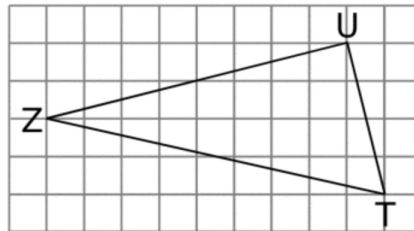


1. Que vaut la longueur  $AC$  (diagonale d'une face) ? Que vaut la longueur  $AG$  (diagonale du cube) ?
2. Le triangle  $AFH$  est-il rectangle ? Le triangle  $ABG$  est-il rectangle ?
3. **Pour aller plus loin :** En considérant uniquement les sommets du cube. Combien y-a-t-il de triangles rectangles au total ?

**Exercice 11 Où sont passées les longueurs ?**

**53** *Quadrillage*

Le triangle  $ZUT$  est-il rectangle ?  
Si oui, précise en quel point et justifie ta réponse.

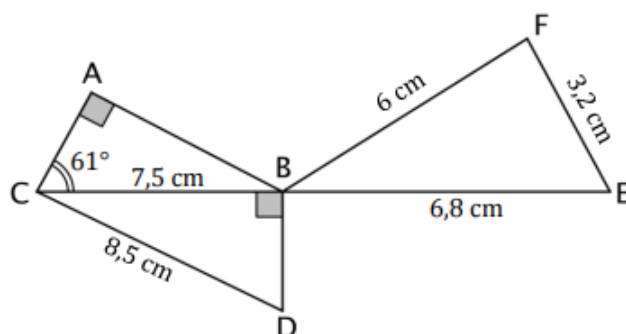


## Exercice 12 Un exercice bilan type Brevet

### Exercice 4 (14 points)

La figure ci-dessous n'est pas représentée en vraie grandeur.

Les points  $C$ ,  $B$  et  $E$  sont alignés.  
Le triangle  $ABC$  est rectangle en  $A$ .  
Le triangle  $BDC$  est rectangle en  $B$ .



1. Montrer que la longueur  $BD$  est égale à 4 cm.
2. Montrer que les triangles  $CBD$  et  $BFE$  sont semblables.
3. Sophie affirme que l'angle  $\widehat{BFE}$  est un angle droit. A-t-elle raison ?
4. Max affirme que l'angle  $\widehat{ACD}$  est un angle droit. A-t-il raison ?