Fiche de révisions Trigonométrie 1ère

Sébastien TAURAND - Cours particuliers à domicile

31 juillet 2022

INFINITY

N'apprenez plus sans comprendre

Ce document est une fiche d'exercices de révisions pour les élèves de 1ère concernant le chapitre "Trigonométrie". Les exercices sont divisés en 3 catégories :

— **Les questions de cours :** Ces exercices permettent de vérifier si le cours est réellement appris et maîtrisé. Réussir ces exercices montre une connaissance parfaite du cours. Ces exercices sont à faire en priorité et permettront de faire très facilement les exercices d'applications.

— **Les exercices d'applications :** Il s'agit des exercices de base du chapitre. Il s'agit de la grande majorité des exercices qui vous sont proposés en classe et qui vous sont demandés en interrogation.
Ce document propose **un seul** exercice d'application par savoir-faire demandé. L'apprentissage étant lié à la **répétition** il est vivement conseillé de retravailler plusieurs fois ces exercices. Vos manuels scolaires sont une source prolifique de ce type d'exercices.

— **Les exercices pour aller plus loin :** Il s'agit d'exercices plus complexes qui, en plus d'une connaissance solide du cours, demande également de la réflexion et/ou de la technicité de calcul.

1 Cercle Trigonométrique

1.1 Questions de cours

Exercice 1

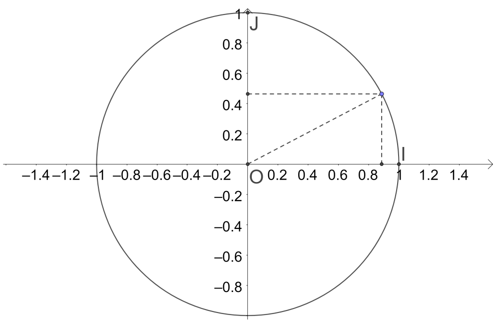
Placer sur un cercle trigonométrique les réels suivants : $\frac{\pi}{4}$, 3π, $\frac{5\pi}{6}$, et $\frac{-\pi}{2}$.

Exercice 2

Compléter le tableau ci-dessous.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$cos(x)$					
$sin(x)$					

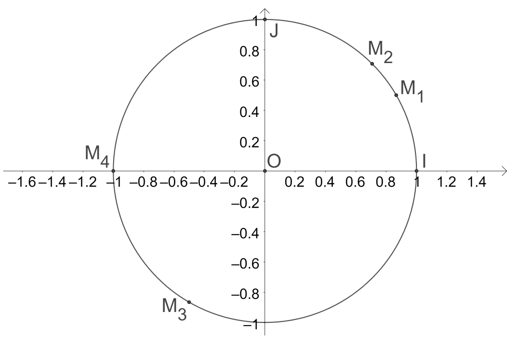
Exercice 3



1. Sur le schéma ci-dessus placer les éléments x, $cos(x)$ et $sin(x)$.
2. Donner et démontrer la relation fondamentale de la trigonométrie.
   Indication : On pourra travailler quadrant par quadrant ou utiliser des valeurs absolues pour démontrer le résultat.

1.2 Exercices d'application

Exercice 4



1. Placer sur le cercle trigonométrique les points $M_5(\frac{-3\pi}{2})$ et $M_6(\frac{53\pi}{6})$.
2. Compléter le tableau suivant :

Nom du point	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6
$angle$ (en radians)					$\frac{-3\pi}{2}$	$\frac{53\pi}{6}$
$cos(angle)$						
$sin(angle)$						

Exercice 5

1. Résoudre sur $[-\pi;\pi[$ l'équation $sin(x) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$.
2. Résoudre sur $[0;2\pi[$ l'équation $sin(x) = sin(\frac{\pi}{3})$.
3. Résoudre sur $[0;4\pi[$ l'inéquation $cos(x) > \frac{1}{2}$.
4. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation $cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Exercice 6

Sachant que $cos(\frac{\pi}{5}) = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$. Donner la valeur exacte de $sin(\frac{\pi}{5})$.

Exercice 7

On pose $x \in \mathbb{R}$. On suppose $cos(x)$ et $sin(x)$ connus.
Compléter le tableau suivant uniquement à l'aide de $cos(x)$ et $sin(x)$.

$cos(-x) =$	$sin(-x) =$
$cos(x+\pi) =$	$sin(x+\pi) =$
$cos(\pi - x) =$	$sin(\pi - x) =$
$cos(\frac{\pi}{2} - x) =$	$sin(\frac{\pi}{2} - x) =$
$cos(\frac{\pi}{2} + x) =$	$sin(\frac{\pi}{2} + x) =$

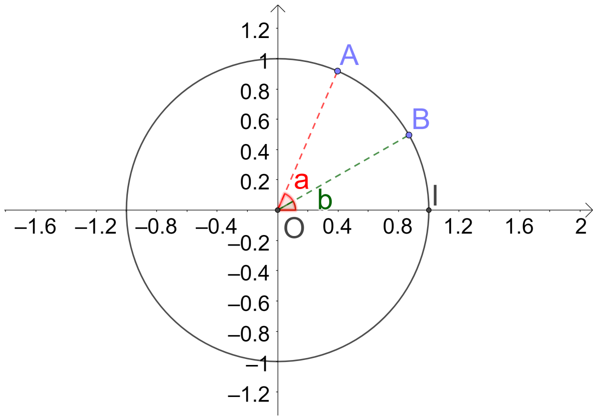
Exercice 8

On considère un repère orthonormé (O, I, J).

1. Tracer un cercle trigonométrique et placer les points I, J et $M(\frac{\pi}{4})$ sur le cercle trigonométrique.
2. Donner les coordonnées du point M dans le repère orthonormé.
3. Calculer la distance IM.
4. (a) Démontrer que $IM = 2 \times sin(\frac{\pi}{8})$.
   (b) En déduire la valeur de $sin(\frac{\pi}{8})$.
5. Calculer $cos(\frac{\pi}{8})$.
6. En déduire les lignes trigonométriques de : $\frac{7\pi}{8}$, $\frac{9\pi}{8}$, $\frac{5\pi}{8}$ et $\frac{3\pi}{8}$.

1.3 Pour aller plus loin

Exercice 9



1. En calculant $\vec{OA}.\vec{OB}$ de deux manières différentes, montrer que $cos(a-b) = cos(a)cos(b) + sin(a)sin(b)$.
2. En déduire les valeurs exactes de $cos(\frac{\pi}{12})$ et $sin(\frac{\pi}{12})$

Exercice 10

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation $sin(3x - \frac{\pi}{3}) = sin(2x + \frac{\pi}{30})$.

Indication : En plaçant un point x au hasard sur le cercle trigonométrique on se posera la question suivante : " quels sont les réels y tels que $sin(x) = sin(y)$?"

2 Fonctions trigonométriques

2.1 Questions de cours

Exercice 11

Tracer les courbes représentatives des fonctions cosinus et sinus.

Exercice 12

Dans cet exercice on considérera une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et $T \in \mathbb{R}_+^*$.

1. Rappeler la définition précise des éléments ci-dessous et expliquer ce que cela signifie graphiquement sur la courbe représentative de f.

   (a) La fonction f est périodique de période T.

   (b) La fonction f est paire.

   (c) La fonction f est impaire.

2. Comment montrer mathématiquement qu'une fonction est périodique / paire / impaire ? Quel est l'intérêt de montrer de tels résultats ?
3. Que peut-on dire des fonctions *sinus* et *cosinus* en termes de périodicité, parité et imparité ?

Exercice 13

Compléter le tableau suivant

Fonction	$cos(x)$	$sin(x)$	$sin(3x-4)$
Dérivée			

2.2 Exercices d'application

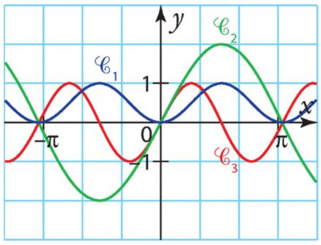
Exercice 14

42 Soit trois fonctions f, g et h définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin(2x)$; $g(x) = 2\sin(x)$ et $h(x) = \sin^2(x)$.

1. Montrer que f et g sont impaires.
Interpréter graphiquement.

2. Montrer que h est paire.
Interpréter graphiquement.

3. f, g et h sont représentées dans le repère ci-dessous.



Associer à chaque fonction sa courbe représentative. Justifier.

Exercice 15

Dans cet exercice, on considérera deux fonctions f et g définie sur $\mathbb{R}$ et $T \in \mathbb{R}_+^*$. Pour chaque affirmation, dire si celle-ci est vraie ou non en justifiant.

1. Si f est T-périodique alors elle est également $\frac{T}{2}$-périodique.
2. Si f est T-périodique alors elle est également $3T$-périodique.
3. Si f et g sont paires alors $f + g$ est paire.
4. Si f et g sont paires alors $f \times g$ est paire.
5. Si f et g sont impaires alors $f + g$ est impaire.
6. Si f et g sont impaires alors $f \times g$ est impaire.

Exercice 16

Étudier la fonction tangente définie, lorsque cela est possible, par :

$$x \longrightarrow tan(x) = \frac{sin(x)}{cos(x)}$$

Indication : On rappelle qu'étudier une fonction revient à donner tous les informations possibles dessus, c'est-à-dire le domaine de définition, la périodicité et parité, la dérivée, les variations de la fonction, les limites remarquables, etc.

2.3 Pour aller plus loin

Exercice 17

Etudier la fonction $x \longrightarrow sin(sin(x))$.

Indication : Si l'on considère deux fonctions f et g alors la dérivée de la fonction $x \longrightarrow g(f(x))$ est $x \longrightarrow f'(x) \times g'(f(x))$

Exercice 18

Tracer (le plus précisément possible) la courbe paramétrée C définit pour tout t réel par :

— $x(t) = 1 + 2cos(t) + cos(2t)$

— $y(t) = 2sin(t) + sin(2t)$

Indication : On peut imaginer le paramètre t comme le temps (en seconde). Ainsi en posant le point $M(t) = (x(t); y(t))$ alors le point $M(1)$ est la position du point M au temps 1 seconde, $M(5)$ est la position du point M au temps 5 secondes, etc.